

Abb. 1

Einleitung

Wir sind täglich umgeben von Gasen und sind uns oft nicht bewusst was auf atomarer Ebene alles um uns herum geschieht. Die Kinetische Gastheorie versucht die Gase in einem Modell zu beschreiben. Man geht von vielen kleinen Teilchen aus, die sich in einem begrenzten Volumen bewegen und miteinander wechselwirken. Wichtige Grössen sind dabei das Volumen, der Druck und die Temperatur. Da sich die einzelnen Teilchen stets bewegen, sich das Gas gesamt aber nicht bewegt, spricht man von der thermischen Energie eines Stoffes, welche sich aus den Geschwindigkeitsbeiträgen aller einzelnen Teilchen zusammensetzt. Sie ist durch folgende Formel definiert:

$$E_{th} = 3 \left(\frac{1}{2} k_B T \right)$$

(Der Faktor vor der Klammer ändert sich bei mehratomigen Molekülen)

Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschreibt die Geschwindigkeitsverteilung in Gasen, wobei die x-Achse die Bewegungsenergie, oder auch der Geschwindigkeit der Teilchen beschreibt, und auf der y-Achse die Anzahl Teilchen abgetragen ist. Der Extrempunkt der Kurve wird die wahrscheinlichste Geschwindigkeit genannt. Seine x-Koordinate bestimmt die Geschwindigkeit, welche die meisten Teilchen haben. Die Anzahl Teilchen ist dementsprechend der y-Wert. Die Kurve wird durch die folgende Funktionsgleichung beschrieben:

$$f(x) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} x^2 e^{-\left(\frac{m}{2kT} \right) x^2}$$

In Abbildung 2 sind drei Kurven abgebildet, bei denen die Masse und die Teilchenanzahl immer gleich sind. Der einzige Unterschied ist die Temperatur. Bei der blauen Kurve liegt die Temperatur am tiefsten, bei der Grünen im Mittelbereich und bei der Roten am höchsten. Zu sehen ist, dass sich der Extrempunkt mit steigender Temperatur nach rechts und nach unten bewegt. Die Fläche unter den Graphen entspricht der Teilchenanzahl und bleibt folglich immer gleich. Chemische Reaktionen finden schneller statt, wenn die Stoffe wärmer sind. Zur Veranschaulichung dient die gestrichelte Linie, welche die Menge an Energie beschreibt, die ein Teilchen benötigt um zu reagieren. Je grösser die Fläche unter dem Graphen und hinter der Linie, desto mehr Teilchen sind reaktionsfähig. Diese Geschwindigkeitsverteilung erklärt viele Phänomene, wie zum Beispiel das Verdunsten von Wasser bei Temperaturen von 20°C, bei welchen sich Wasser deutlich im flüssigen Aggregatzustand befindet und somit nicht gasförmig werden sollte. Jedoch befinden sich, wie diese Verteilung beschreibt, einige Teilchen in einem höheren Energiezustand und können somit auch bei niedrigen Temperaturen verdunsten. Analog dazu sind auch bei gasförmigen Stoffen einige Teilchen langsam genug um in den flüssigen Zustand zu wechseln, ein Vorgang welcher als Kondensation bekannt ist. In der Chemie werden oft Katalysatoren verwendet. Diese haben zwar keinen Einfluss auf die Temperatur, und somit auch nicht auf die Kurve, doch sie verschieben diese Mindestenergie nach links, wodurch mehr Teilchen die ausreichende Bewegungsenergie haben.

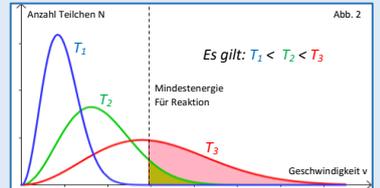


Abb. 2

Geschwindigkeiten

Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschreibt die Geschwindigkeitsverteilung im idealen Gas, woraus man verschiedene Werte errechnen kann. Das Maximum der Kurve ist die Geschwindigkeit, mit der sich die meisten Teilchen bewegen, weshalb man sie die **wahrscheinlichste Geschwindigkeit** nennt. Man erhält folgende Formel aus einer Kurvendiskussion der Verteilungsgleichung:

$$\hat{v} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Das arithmetische Mittel, die **mittlere Geschwindigkeit** ergibt sich aus der Formel:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

Um zu zeigen, dass die kinetische Energie linear mit der Temperatur skaliert, gibt es die Formel für die **mittlere quadratische Geschwindigkeit**. Sie ist durch das quadratische Mittel gegeben:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{\pi m}}$$

Auswertung

Wie bei Abbildung 3 zu sehen ist, folgen die Kügelchen welche in dem Auffänger landen, ungefähr einer Maxwell-Boltzmann Verteilung. Um die Geschwindigkeiten der Kugeln zu bestimmen, wurde die linke Wand eines Faches als minimal Grenze für dieses Fach festgelegt und die Rechte Wand als maximal Grenze. Die daraus resultierenden Geschwindigkeiten, die dazugehörigen Fächer und wie viele Kugeln in diesen gelangt sind lässt sich in der Tabelle ablesen. Aus diesen Beiden Informationen, ist dann die dazugehörige Grafik (Abbildung 3) entstanden.

Um die theoretische Temperatur unseres Modelgases zu bestimmen bedienen wir uns der Formel, welche die wahrscheinlichste Geschwindigkeit berechnen soll (Formel 1). Da wir anhand der Tabelle ablesen können, welches Fach die meisten Kugeln und somit auch die wahrscheinlichste Geschwindigkeit hat, lässt sich die Formel auf die gemessene Temperatur umstellen. Aus unseren Messwerten ergibt sich ein Temperaturbereich von $2,22 \cdot 10^{16}$ Kelvin bis $4,35 \cdot 10^{16}$ Kelvin. Diese absurd hohen Temperaturen hängen damit zusammen, dass die Masse von 800 Plastikkügelchen im Vergleich zu zum Beispiel 800 Helium Atomen, um einen Faktor von etwa 10^{13} mal grösser ist. Würde man die gleichen Eckdaten auf 800 Helium Atome anwenden, so erhielte man eine Temperatur von etwa 740 Kelvin. Dies ist ein weitaus realistischeres Ergebnis für das Experiment, jedoch ist diese Umwandlung nicht durchführbar weshalb es nicht berücksichtigt wird. Es soll lediglich zur Illustration dienen. Aus den Ergebnissen lässt sich schliessen, dass sich das Experiment weder zur Bestimmung der Boltzmann-Konstante noch zur Bestimmung der theoretischen Temperatur des Aufbaus eignet. Jedoch veranschaulicht es die Boltzmann-Verteilung.

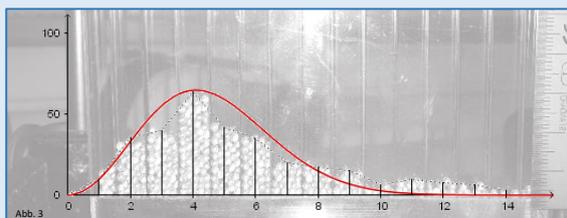


Abb. 3

Fach NR.	v_{min} (in $\frac{mm}{s}$)	v_{max} (in $\frac{mm}{s}$)	# Kugeln
1	0	39	10
2	39	117	33
3	117	196	40
4	196	274	64
5	274	352	41
6	352	431	35
7	431	509	20
8	509	587	16
9	587	666	15
10	666	744	6
11	744	822	10
12	822	901	8
13	901	979	6
14	979	1057	3

Versuch zur Geschwindigkeitsverteilung

Durchführung

Zu Beginn wird der Motor gestartet, welcher die Bodenplatte oszillieren lässt, deren Frequenz mithilfe eines Stroboskops ermittelt werden kann. Hierzu wird das Stroboskop auf die Anordnung gerichtet und die Frequenz so verstellt, bis die Lichtblitze die Bodenplatte immer am gleichen Ort beleuchtet. Sobald dies der Fall ist sieht es so aus, als würde sich die Platte nicht mehr bewegen. Nun werden 800 Plastikkügelchen in die Kammer gefüllt, wodurch sie darin umherschiessen. An der Decke der Kammer befindet sich eine bewegliche Platte, welche an einem Newtonmeter befestigt ist. Durch die Kügelchen wird diese Platte nach oben gedrückt und somit lässt sich der von den Kügelchen den auf die Platte ausgeübten Druck messen. Durch eine Öffnung am Rand, bestehend aus zwei hintereinanderliegenden Löchern, fliegen regelmässig Kügelchen waagrecht heraus. Da die Anzahl der Kügelchen in der Kammer immer gleich bleiben sollte, müssen in regelmässigen Zeitabständen neue Kügelchen hinzugefügt werden. Die entwichenen Kügelchen werden in einem „Auffänger mit Registerkammern“ gesammelt. Die Kügelchen werden in den 1 cm langen Fächern so verteilt, dass sich nach dem Versuch die Höhen der Fächer untersuchen lassen. (Abbildung 1)

Probleme

Bei unserer Durchführung konnte das Experiment nicht korrekt durchgeführt werden, da der bewegliche Deckel nicht frei nach oben bewegt werden konnte (die Kammer war vermutlich verbogen). Deshalb konnten wir den Druck, den die Kügelchen ausübten nicht bestimmen. Ein weiteres Problem bestand darin, dass die Kammer undicht war und die Kügelchen laufend herausfallen konnten. Die Fächer füllten sich nur langsam und im Endeffekt hätten wir wahrscheinlich bessere Resultate erzielen können, hätte alles richtig funktioniert. Trotzdem erhielten wir eine gute Verteilung der Kügelchen und konnten den Versuch durchführen.

Boltzmann-Konstante

Die universelle Gasgleichung beschreibt die Proportionalität von Druck und Volumen zur Temperatur und der Teilchenanzahl bei idealen Gasen (Theoretische Gase, bei denen keine zwischenmolekularen Kräfte wirken und somit die Teilchen nur vollkommen elastisch Stossen). Die Gleichung lautet:

$$pV = nRT$$

Das R ist die universelle Gaskonstante und dient zur Verknüpfung der anderen Grössen p, V, n und T. Während in der universellen Gasgleichung die Teilchenanzahl in Mol angegeben wird, gibt es eine ähnliche Formel, bei der die tatsächliche Teilchenanzahl N verwendet wird. Diese lautet wie folgt:

$$pV = Nk_B T$$

Da die Teilchenanzahl nicht in Mol angegeben ist, wird dieser Term sehr gross, weshalb man ihn durch einen Faktor verkleinern muss. Dazu dient die von Max Planck eingeführte und nach Ludwig Boltzmann benannte Boltzmann-Konstante k_B . Unter vielen anderen Anwendungsbereichen findet man die Boltzmann-Konstante ebenfalls bei der Maxwell-Boltzmann-Verteilung.

Schlussfolgerung

Dieser Modellversuch erfüllte nur teilweise unsere Erwartungen. Das Prinzip des idealen Gases und die Geschwindigkeitsverteilung konnten zwar gut dargestellt werden, jedoch fehlt uns der Bezug zu einer Anwendung der Ergebnisse auf tatsächliche Problemstellungen. Auch mit Graphikdarstellungsprogrammen konnten wir keine Funktion erstellen mit der man die Temperatur verändern kann und sich dadurch der Graph verschiebt. Trotzdem sind wir der kinetischen Gastheorie etwas näher gekommen und konnten uns zum ersten Mal ein wenig mit der statistischen Physik befassen.

Kontakte:

Fabian Jüngling: fabian.juengling@hotmail.com

Timur Locher: timur.locher@gmail.com

Reinhard Weiss: r.weiss@aeternus.de

Quellen

Dossier: <https://ap.physik.unibas.ch/PDF/Manuals/German/IW1.pdf>
Bedienungsanleitung: <http://repository.phywe.de/files/bedani.pdf/09060.00/d/0906000d.pdf>
Wikipedia: <http://repository.phywe.de/files/bedani.pdf/09060.00/d/0906000d.pdf>