Das Stefan-Boltzmann-Gesetz

Gian Hug & Fabian van Laer
5C, GKG Basel
gian.hug@edubs.ch, fabian.vanlaer@edubs.ch

GKGresearch
Forschung begeistert!

UNI BASEL
Departement Physik

Einführung

Stefan-Boltzmann-Gesetz

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschreibt die Abhängigkeit der thermisch abgestrahlten Leistung eines schwarzen Körpers von dessen Temperatur. Es wurde vom deutschen Physiker Ludwig Boltzmann (1844-1906) erstmals theoretisch beschrieben und 1879 durch den österreichischen Physiker Joseph Stefan (1835-1893) in der Praxis entdeckt, beziehungsweise nachgewiesen. Die Forschung in diese Richtung rührte daher, dass man im letzten Viertel des 19. Jahrhunderts versuchte eine verbesserte Lichtausbeute durch Glühlampen zu erhalten. Dies erforderte die Erforschung der Zusammensetzung der Temperaturstrahlung und der Strahlleistung in Abhängigkeit der Temperatur des Glühfadens. Jeder Körper mit einer Temperatur über dem absoluten Nullpunkt von 0K gibt Wärmestrahlung ab. Der ideale schwarze Körper absorbiert sämtliche auf ihn auftreffende Strahlung und gibt nach dem kirchhoffschen Strahlungsgesetz folglich auch die maximal mögliche thermische Leistung ab. Die der Absorptionsgrad und der Emissionsgrad ε betragen beide 1.

$$P = \varepsilon\sigma A T^4 \tag{1}$$

P: Leistung in Watt
ε: Emissionsgrad; Faktor zwischen 0 und 1
σ: $5.670 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}$ (Stefan-Boltzmann Konstante)
A: Strahlende (Ober-)Fläche in Quadratmeter
T: Temperatur des strahlenden Körpers in Kelvin

Zusammenhang mit dem Planck'schen-Strahlungsgesetz

Das Planck'sche-Strahlungsgesetz gibt die Verteilung der Strahlleistung auf die verschiedenen abgestrahlten Frequenzen an, heisst man kann spezifisch ermitteln, in welcher Frequenz bei einer bestimmten Temperatur wieviel Leistung abgegeben wird. Die Fläche unter dem Schaubild von 0 bis ins Unendliche muss folglich jeweils der gesamten abgestrahlten Leistung des Körpers entsprechen. Daraus folgt, dass das Integral einer Kurve bei einer Temperatur einerseits die gesamte Strahlleistung angibt und andererseits proportional zu T^4 ist.

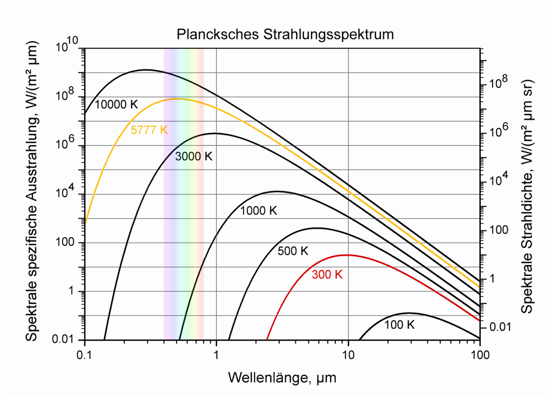


Abbildung 1: Planck'sches Strahlungsspektrum

Experiment an der Universität Basel

Aufbau und Durchführung

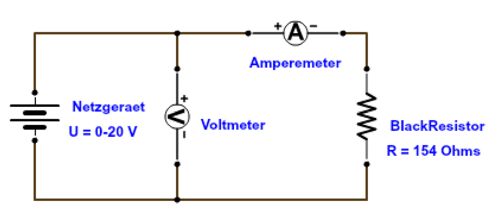


Abbildung 2: Schaltplan

Mithilfe einer Diffusionspumpe wird in einem kleinen Raum ein Vakuum mit einem Druck von weniger als $5 \cdot 10^{-2}$ Torr (1 Torr entspr. 1mmHg oder 133.3 Pa) erzeugt. In diesem Raum ist ein zylindrischer, schwarzer Körper an mehreren Drähten aufgehängt. Dieser schwarze Körper stellt einen elektrischen Widerstand von 154Ω dar. Nun wird dieser Körper durch Gleichstrom erwärmt, gemessen werden jeweils die Spannung, die Stromstärke, die Temperatur des Körpers sowie die Temperatur des luftarmen Raumes um den Körper. Die Temperaturen werden durch Drähte im Inneren des Raumes an eine Buchse geleitet und dort mithilfe eines Multimeters gemessen. Für die Messwerte wird jeweils die Spannung und somit der Stromfluss erhöht, ungefähr fünf Minuten abgewartet und dann die Temperaturen im thermischen Gleichgewicht notiert.

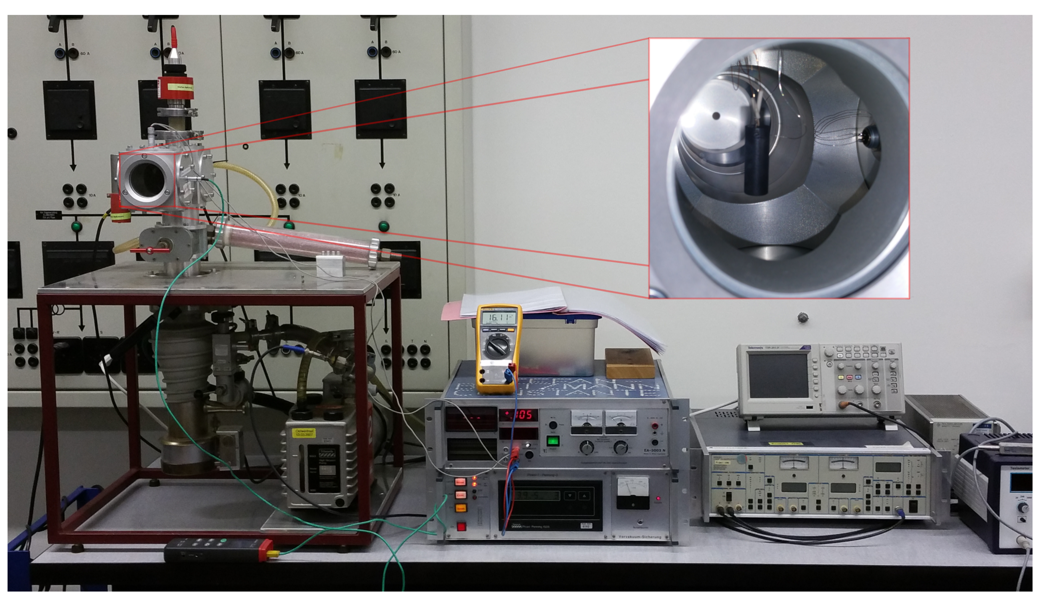


Abbildung 3: Versuchsaufbau an der Universität, schwarzer Körper vergrössert abgebildet

Erklärung

Die im Diagramm gestrichelt eingezeichnete Funktion ist gegeben durch:

$$\frac{P}{A} = \sigma(T^4 - T_0^4) \tag{2}$$

Durch das Abziehen der Temperatur im luftarmen Raum (T_0) subtrahieren wir die abgestrahlte Leistung, welche der Körper durch Absorption aufgenommen hat.
Somit haben wir eine Funktion mit der Steigung σ.

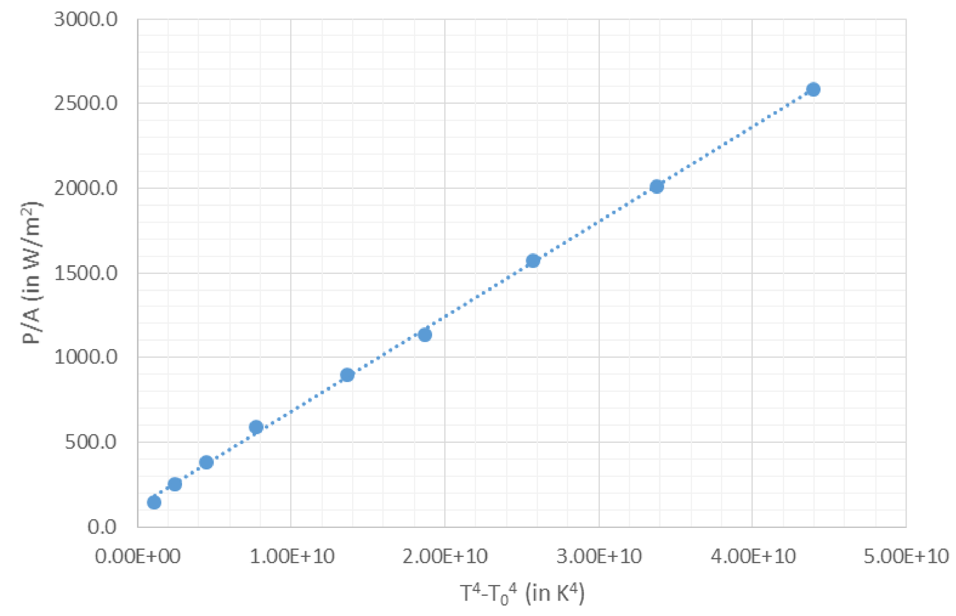
Bemerkung: Wir haben für ε einen Wert von $\varepsilon = 1$ angenommen. Man kann auch durch Einsetzen des Literaturwerts von σ den tatsächlichen Wert berechnen. Dieser sollte etwa zwischen 0.93 und 0.98 liegen. Bei uns liegt er jedoch über 1 und nähert sich bei steigender Temperator von oben an 1, was kein sinnvolles Ergebnis sein kann und daher auf einen möglichen systematischen Fehler hinweist.

Auswertung

Druck: $4.0 \cdot 10^{-5} mbar$; Fläche: $8.43 \cdot 10^{-4} m^2$

$T (in K)$	$T_0 (in K)$	$T^4 - T_0^4 (in 10^{10} K^4)$	$U (in V)$	$I (in 10^{-3} A)$	$P (in 10^{-3} W)$	$\frac{P}{A} (in \frac{W}{m^2})$
310.2	300.4	0.112	4.46	27	120.4	142.8
320.4	300.5	0.238	5.71	37	211.3	250.6
335.2	300.4	0.448	7.00	46	322.0	382.0
355.2	300.9	0.772	8.76	57	499.3	592.3
384.3	300.6	1.36	10.78	70	754.6	895.1
404.9	300.8	1.87	12.12	79	657.5	1136
429.2	300.8	2.57	14.23	93	1323	1570
452.8	301.2	3.38	16.11	105	1691	2007
478.2	301.8	4.40	18.32	119	2180	2586

Die Spalten T, T_0, U und I wurden gemessen, die restlichen anhand der Messwerte berechnet.



σ	$5.607 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}$
Standardfehler	$0.059 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}$
Lit. σ	$5.670 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}$
Abweichung	1.105%

(Quelle für lit. Wert: Wikipedia.de)

Abbildung 4: Der Zusammenhang $P \sim T^4$ ist hier gut ersichtlich. Die Steigung im Schaubild entspricht σ.

Experiment mit einer Glühbirne

Aufbau und Durchführung

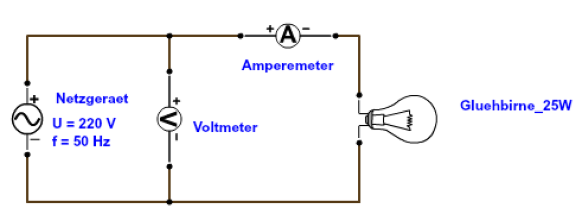


Abbildung 5: Schaltplan

An ein 150W Netzgerät wird eine 25W-Glühbirne angeschlossen. Des Weiteren werden noch zwei Multimeter, einer in Serie und einer parallel zur Glühbirne, angeschlossen zur Messung der Stromstärke und der Spannung. Durch das Netzgerät wird eine Wechselspannung erzeugt und mit dieser die Glühbirne betrieben. Man erhöht jeweils die Spannung und notiert sich den Stromfluss durch die Glühbirne.

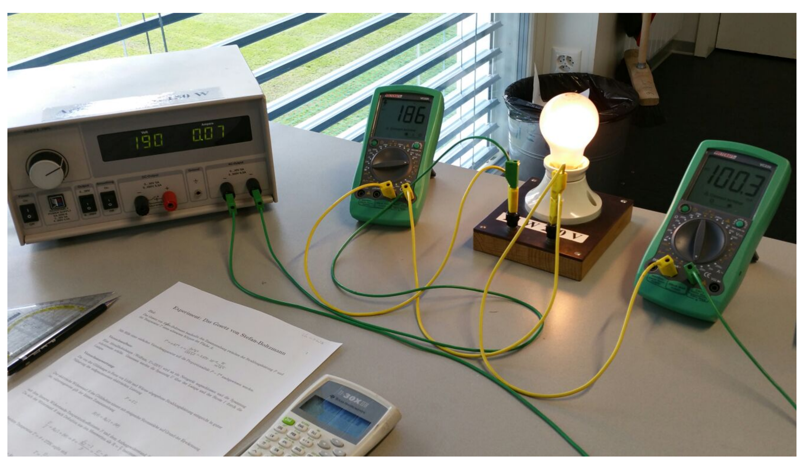


Abbildung 6: Versuchsaufbau mit einer Glühbirne

Erklärung

In Anlehnung an das Gesetz von Stefan-Boltzmann soll anhand eines einfachen Experiments der proportionale Zusammenhang

$$P \sim T^4 \tag{3}$$

nachgewiesen werden. Die Leistung wurde während des Experimentes durch den Strom und die Spannung ermittelt ($P = U \cdot I$), die Temperatur wurde wie folgt ermittelt:

$$R(\vartheta) = R_0(1 + \beta\vartheta) \tag{4}$$

R_0 entspricht dem Widerstand des Drahtes bei $\vartheta = 0°C$ und β dem linearen Widerstands-Temperaturkoeffizienten des Materials der Glühspule (hier: Wolfram; $\beta = \frac{1}{200K}$). Durch Kombinieren der Beiden Formeln $U = R \cdot I$ und $R(\vartheta) = R_0(1 + \beta\vartheta)$ lässt sich die Formel

$$T = \frac{U - R_0 I}{\beta R_0 I} + 273.15K \tag{5}$$

für die absolute Temperatur des Glühfadens in Kelvin herleiten.

Auswertung

Glühbirne: $25W/220V$; $R_0 = 215.5\Omega$; $\beta = 0.005\frac{1}{K}$

$U (in V)$	$I (in 10^{-3} A)$	$P (in W)$	$T (in K)$	$T^4 (in 10^{10} K^4)$
220	110.6	24.33	1919	1357
205	106.4	21.81	1861	1200
190	101.8	19.34	1805	1062
175	97.1	16.99	1746	928.9
160	92.0	14.72	1687	810.3
145	87.0	12.62	1620	688.6
130	81.7	10.62	1550	577.0
115	76.1	8.75	1476	474.1
100	69.8	6.98	1403	387.2
85	63.6	5.41	1314	297.7
70	56.6	3.96	1221	222.2
55	49.1	2.70	1113	153.3
40	40.6	1.62	988	95.10
25	30.9	0.77	824	46.11
10	19.9	0.20	540	8.473

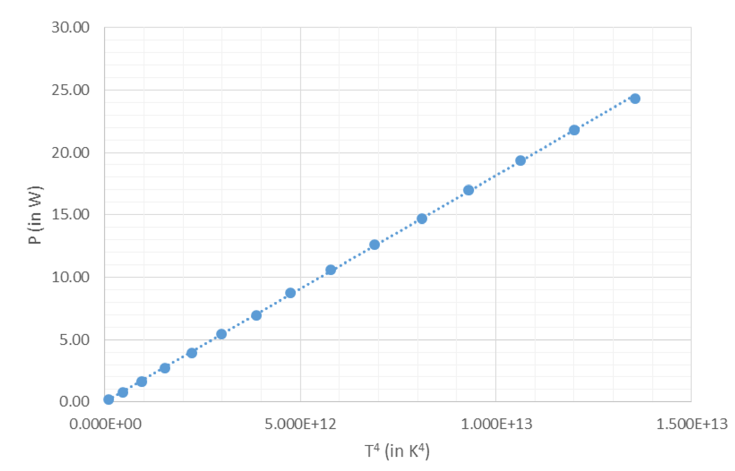


Abbildung 7: Die Proportionalität $P \sim T^4$ ist ersichtlich.

Die Spalten U und I wurden gemessen, die restlichen anhand der Messwerte berechnet.

Quellen

- https://de.wikipedia.org/wiki/Stefan-Boltzmann-Gesetz
- https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik-abitur/artikel/strahlungsgesetz-von-stefan-und-boltzmann
- http://www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/materialien/grundlagen/planck/m4_2_planck.pdf
- https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0e/BlackbodySpectrum_loglog_150dpi_de.png